УДК 519.6:533.6

Сохацький А. В. д.т.н., проф.
Університет митної справи та фінансів

ЧИСЛОВИЙ РОЗРАХУНОК ТУРБУЛЕНТНОЇ ТЕЧІЇ НАВКОЛО ТРАНСПОРТНОГО АПАРАТА ПОБЛИЗУ ШЛЯХОВОЇ СТРУКТУРИ

Анотація. *Розроблено методику числового розрахунку обтікання транспортного апарата на надпровідних магнітах з використання осереднених за Рейнольдсом рівнянь Нав'є-Стокса. Для замикання вихідних рівнянь застосовано метод DES. Отримані вихідні рівняння розв'язуються шляхом використання методу контрольного об'єму. Тестування розробленої методики проведено на задачі про обтікання кулі. Виконано числові розрахунки турбулентного обтікання моделі транспортного апарата на надпровідних магнітах, що рухається поблизу шляхової структури.*

Ключові слова: *Числове моделювання, рівняння Нав'є-Стокса, метод відокремлених вихорів, турбулентна течія, аеродинаміка транспортних апаратів.*

Вступ.Дослідження аеродинамічних характеристик транспортних апаратів з використанням математичного моделювання має реальні перспективи, для оптимізації їх технічних параметрів. Особливо важливим є розробка методів розв'язування рівнянь Нав'є-Стокса [1-7].

Методика розв'язування. Задача моделювання турбулентних течій полягає в розв'язуванні осереднених рівнянь Нав'є-Стокса. Осереднені рівняння Нав'є – Стокса в формі Рейнольдса запишуться

$$\frac{\partial \overline{\Phi}}{\partial t} + \frac{\partial \overline{E}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{F}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{G}}{\partial z} = \overline{H}\,. \tag{1}$$

Вектори $\overline{\Phi}, \overline{E}, \overline{F}, \overline{G}, \overline{H}$ визначаються наступними виразами

$$\overline{Q} = \begin{bmatrix} \overline{\rho} \\ \overline{\rho u} \\ \overline{\rho v} \\ \overline{\rho w} \\ \overline{E}_t \end{bmatrix},\ \overline{E} = \begin{bmatrix} \overline{\rho u} \\ \overline{\rho u}\overline{u} + \overline{p} - \overline{\tau}^s{}_{xx} \\ \overline{\rho u}\overline{v} - \overline{\tau}^s{}_{xy} \\ \overline{\rho w}\overline{u} - \overline{\tau}^s{}_{xz} \\ \left(\overline{E}_t + \overline{p}\right)\overline{u} - a_x \end{bmatrix}, \overline{F} = \begin{bmatrix} \overline{\rho v} \\ \overline{\rho u}\overline{v} - \overline{\tau}^s{}_{xy} \\ \overline{\rho v}\overline{v} + \overline{p} - \overline{\tau}^s{}_{yy} \\ \overline{\rho w}\overline{v} - \overline{\tau}^s{}_{yz} \\ \left(\overline{E}_t + \overline{p}\right)\overline{v} - a_y \end{bmatrix}, G = \begin{bmatrix} \overline{\rho w} \\ \overline{\rho u}\overline{w} - \overline{\tau}^s{}_{xz} \\ \overline{\rho v}\overline{w} - \overline{\tau}^s{}_{yz} \\ \overline{\rho w}\overline{w} + \overline{p} - \overline{\tau}^s{}_{zz} \\ \left(\overline{E}_t + \overline{p}\right)\overline{w} - a_z \end{bmatrix}, \tag{2}$$

Розрахункова область навколо транспортного апарата є складною, тому небобхідно використовувати криволінійну систему координат. Система рівнянь Нав'є-Стокса в формі Рейнольдса для довільної криволінійної системи координат запишеться.

$$\frac{\partial \widehat{\Phi}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \xi}\left(\widehat{E}_i - \widehat{E}_v\right) + \frac{\partial}{\partial \eta}\left(\widehat{F}_i - \widehat{F}_v\right) + \frac{\partial}{\partial \zeta}\left(\widehat{G}_i - \widehat{G}_v\right) = \overline{H}\,, \tag{3}$$

де $\widehat{\Phi}$ – вектор невідомих змінних; $\widehat{E}_i, \widehat{F}_i, \widehat{G}_i$ – вектори нев'язких потоків; $\widehat{E}_v, \widehat{F}_v, \widehat{G}_v$ – вектори в'язких потоків; $\overline{H}$ – вектор джерельних членів .

В системі рівнянь (3) n–компонентні вектори $\widehat{\Phi}, \widehat{E}_i, \widehat{F}_i, \widehat{G}_i, \widehat{E}_v, \widehat{F}_v, \widehat{G}_v$ мають відповідний вигляд в залежності від моделі турбулентності.

Для розв'язування вихідних рівнянь (3) застосовано метод скінченого об'єму [5].

Замикання системи рівнянь (3) виконано з використанням однопараметричної диференціальної моделі турбулентності Спаларта- Аллмараса [5]. Турбулентні ефекти описуються в рамках гіпотези Буссінеска про уявлення дотичних напружень з використанням напівемпіричної моделі для турбулентної в'язкості. Рівняння (3) замикається диференціальним рівнянням переносу вихорової кінематичної псевдов'язкості

$$\frac{\partial(\rho\tilde{\nu})}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\rho\tilde{\nu}u_j\right)=E_t+F_t-G_t+T_t, \qquad (4)$$

де $E_t=\frac{1}{\sigma}\left[\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\rho(\nu+\tilde{\nu})\frac{\partial\tilde{\nu}}{\partial x_j}\right)+C_{b2}\rho\frac{\partial\tilde{\nu}}{\partial x_j}\frac{\partial\tilde{\nu}}{\partial x_j}\right]_t$ - дифузійний член, що задовольняє межові умові на стінці $\tilde{\nu}=0$; $F_t=C_{b1}(1-f_{t2})\rho\tilde{S}\tilde{\nu}$ -вираз, що описує виробництво турбулентності в області і підтримує опис течії в ламінарному підшарі; $G_t=C_{w1}f_w\rho\left(\frac{\tilde{\nu}}{d}\right)^2$ - вираз, що описує розпад турбулентності в ламінарному підшарі; $T_t=f_{t1}\rho\Delta U^2+f_{t2}\rho\frac{C_{b1}}{\kappa^2}\left(\frac{\tilde{\nu}}{d}\right)^2$ - вираз наближеного опису перехідного режиму зі згладжувальними функціями f_{t1}, f_{t2} , які забезпечують перехід від ламінарного до турбулентного режиму в пристінній області.

Вихорова в'язкість отримується з перетворення:

$$\mu_{tur}=\rho\tilde{\nu}f_{v1}, \qquad (5)$$

де $f_{v1}=1-\chi^3/\left(\chi^3-C_{v1}^3\right)$- демпферна функція для відношення кінематичних в'язкостей $\chi=\tilde{\nu}/\nu_{lam}$, що відповідає демпферу Ван-Дріста.

Допоміжні співвідношення визначаються з виразів

$$\tilde{S}=f_{v3}S+\frac{\tilde{\nu}}{(\kappa d)^2}f_{v2},$$

де d- найближча відстань до стінки,

$f_{v2}=1-\chi/(1+\chi f_{v1})$, $\Omega=|\nabla\times\tilde{\nu}|$- модуль вихору,

$$f_{v2}=\left[1+\frac{\chi}{c_{v2}}\right]^{-3},\ f_{v3}=\frac{(1+\chi f_{v1})(1-f_{v2})}{\chi},$$

$$f_w=g\left[\left(1+C_{w3}^6\right)/\left(g^6+C_{w3}^6\right)\right]^{1/6},\ g=r+C_{w2}\left(r^6-r\right),\quad r\equiv\tilde{\nu}/\left(\tilde{S}\kappa d^2\right),$$

$$C_{w1}=C_{b1}/\kappa^2+(1+C_{b2})/\sigma,\ C_{w3}=2,\ f=g\left(\frac{1+C_{w3}^6}{g^6+C_{w3}^6}\right)$$

$$f_{t1}=c_{t1}g_t\exp\left(-c_{t2}\frac{\omega_t^2}{\Delta U^2}\left[d^2+g_t^2d_t^2\right]\right),\ g_t=\min(0.1,\Delta U/\omega_t\Delta x)$$

$f_{t2}=c_{t3}\exp\left(-c_{t4}\chi^2\right)$, $c_{v1}=7.1$, $c_{v2}=5.0$, $c_{t1}=1$, $c_{t2}=2$, $c_{t3}=1.1$, $c_{t4}=2$,

$C_{b1}=0{,}1355$, $C_{b2}=0{,}622$, $C_{b3}=2/3$,

Дана модель в ряді сучасних диференціальних моделей демонструє економічність, стійкість, високу якість при розрахунках складних турбулентних течій.

Модель відокремлених вихорів (DES) формується шляхом заміни змінної d на $\tilde{d}$, яка визначається за формулою

$$\tilde{d}\equiv\min(d,C_{DES}\Delta) \qquad (6)$$

де $\Delta \equiv \max(\Delta x, \Delta y, \Delta z)$, $C_{DES} = 0{,}65$ - стала моделі DES.

Результати розрахунків. Для тестування методики розв'язувалася задача про обтікання кулі турбулентним потоком стисливого газу для чисел Рейнольдса Re=15000 та Re=162000. Число Маха складало M=0,4. На рис.1 показано розподіл коефіцієнта тиску в площині симетрії кулі. Отримані результати порівнюються з експериметральними даними роботи [8].

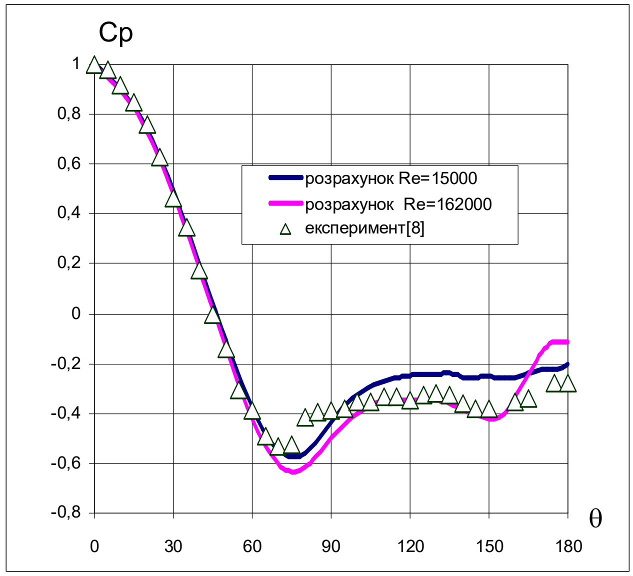

Рис.1. – Розподіл коефіцієнта тиску в площині симетрії кулі

Проведено числові розрахунки обтікання перспективного транспортного засобу, який рухається поблизу трапецеподібної шляхової структури. Транспортний апарат має вісесеметричний корпус, переріз якого має форму кола. Носова та кормова частини мають еліпсоїдальну форму. Розрахункова область складається з двох блоків. Сітка блока №1 має H—подібну форму у поздовжній площині та С—подібну форму у поперечній площині. Сітка блока №2 також має H - подібну форму у поздовжній площині та С - подібну форму у поперечній площині. Блоки розрахункової області охвачують трапецеподібну шляхову структуру.

Рис. 2 – Ізобари в площині XOY розрахункової області навколо корпусу швидкісного транспортного апарата

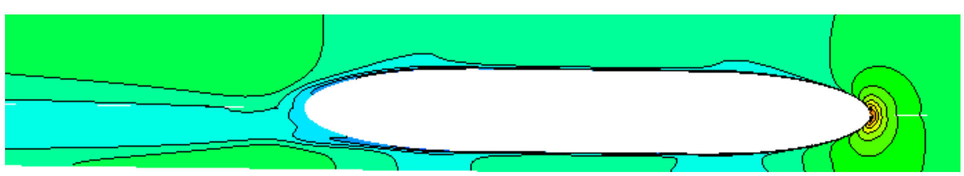

Рис. 3 – Завихренність площині XOY розрахункової області навколо корпусу швидкісного транспортного апарата

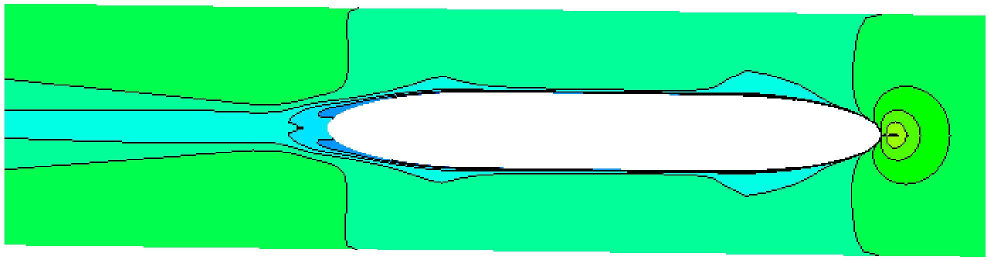

Рис. 4 – Завихренність площині XOZ розрахункової області навколо корпусу швидкісного транспортного апарата

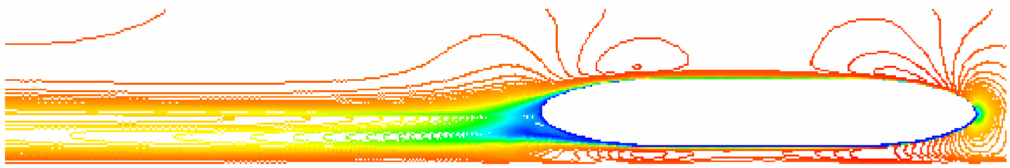

Рис. 5 – Ізомахи площині XOY розрахункової області навколо корпусу швидкісного транспортного апарата

Висновки. Розроблено та реалізовано методику розрахунку обтікання транспортного апарата з використання осереднених за Рейнольдсом рівнянь Нав'є-Стокса. Для замикання вихідних рівнянь застосовано одно- параметричну диференціальну модель турбулентності Спаларта-Аллмараса в реалізації відокремлених вихорів. Виконано розрахунки обтікання транспортного апарата, який рухається поблизу трапецеподібної шляхової структури.

Література:

1. *Андерсон Д., Вычислительная* гидромеханика и теплообмен /Д. Андерсон, Дж. Таннехил, Р. Плетчер. - М.: Мир, 1990.- Т.1.- 392 с.- Т.2.- 336 с.
2. *Ковеня* В.М. *Некоторые* тенденции математического моделирования /В.М. *Ковеня* // Вычислительные технологии. -2002.- №2, т. 2. – С. 59-73.
3. *Приходько А.А. Компьютерные* технологии в аэрогидродинамике и тепломассобмене / *А.А Приходько.* - Киев: Наукова думка, 2003. - 380с.
4. *Приходько А.А. Математическое* и экспериментальное моделирование аэродинамики элементов транспортных систем вблизи экрана / А.А. Приходько, А.В. Сохацкий. - Днепропетровск: Наука и образование, 1998. - 160 с.
5. *Приходько О.А. Чисельне* моделювання обтікання кулі на основі рівнянь Нав'є-Стокса / А.А. Приходько, А.В. Сохацкий //Вестник Херсонского национального технического университета, №2(35), Херсон: Из-во ХНТУ, 2009.- С.369-373
6. *Spalart P.R A one-equation* turbulence model for aerodynamic flows / P.R. *Spalar., S.R. Allmaras* // La Recherche Aerospatiale. – 1994.- N1.- P.5-21..
7. *Van Leer B. Flux–vector* splitting for the Euler equations / *B. Van Leer* //Lecture Notes in Phys. - 1982. - V. 170. – P. 507–512.
8. *Achenbach E. Experiments* on the flow past spheres at very high Reynolds numbers / E. Achenbach. // J. Fluid Mech., 1972, 54(3), pp. 565-575